

文章编号:1003-207(2020)02-0220-11

DOI:10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2020.02.021

基于愿景满意度函数的多属性群决策方法

赵 萌^{1,2}, 张晨曦¹, 胡亦奇², 李 刚^{1,2}

(1. 东北大学工商管理学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 东北大学秦皇岛分校管理学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘 要:针对定性和定量属性相混合的多属性群决策问题,提出基于愿景满意度函数的多属性群决策方法。该方法从损失和收益的角度考虑问题,通过计算标准化的愿景值和属性值之间的距离,建立考虑专家不同风险态度的愿景满意度函数,求得专家各自的满意度,最后应用简单加权算子集结专家的排序结果。通过案例分析和算法对比说明了该算法可适用于不同风险态度的专家进行决策,而风险态度和愿景值的分析结果表明当属性不确定性较大时,专家看重损失或者收益取决于专家的风险态度和愿景值的高低,该方法可为参与决策的双方提供有价值的参考意见。

关键词:多属性群决策;愿景;风险态度;愿景满意度函数

中图分类号:C934 **文献标识码:**A

1 引言

在决策中考虑决策者的行为因素,可以做出更符合现实的决策模型。愿景指决策者或决策参与者针对属性给出的期望要求或期望水平。愿景无论对个人还是组织来讲都是决策的重要因素^[1]。例如,某企业拟投资一个新产品开发项目,针对“项目投资年限”属性,若企业决策者给出的愿景是 5 年,则表示其希望在第 5 年收回投资资金。在许多情况下,一个决策者的效用并不取决于方案在属性下的绝对得分,而取决于它多大程度上满足了决策者对它的愿景^[2],因此要根据决策者心理愿景满意度来做出科学决策。

基于主观期望效用理论的多属性决策方法,如简单加权平均法(SAW),TOPSIS 法^[3-5],层次分析法(AHP)^[6-8]等,都是用方案的效用表示成只涉及属性表现而不涉及愿景的可加函数^[9-11],并没有涉及到属性愿景。愿景的概念首先是由 Simon^[12]在考虑心理行为的满意度模型中提出,他认为在对方案进行优选时,应该考虑属性的表现是否满足决策

者的愿景。随后相关学者提出了一系列考虑愿景的多属性决策方法,这些研究可分为两类。

(1)完全理性下考虑愿景的多属性决策方法:研究成果有, Lahdelma 和 Salminen^[13]提出了基于属性获得线性分段函数的决策方法,该方法从概率分布函数来获得不完全信息,结合可接受度分析方法给出方案排序等级;Wang Yingming 等^[14]提出了基于效用评估的决策方法,该方法通过划分效用区间对偏好信息进行集结,从而得到方案的排序;Wang 和 Zions^[15]提出了交互效用的决策方法,该方法通过调整属性水平优化方案集,选择最优方案。这些研究考虑了属性愿景,是有意义的研究。但是决策者在现实决策中往往是有限理性的,即决策者在行为上并不总是追求效用最大,而是选择让自己最满意的方案^[16]。

(2)有限理性下考虑愿景的多属性决策方法:考虑决策者行为是有限理性,将决策者的心理行为特征引入到多属性决策分析中的研究成果主要有:龚承柱等^[17]把确定数、区间数和语言集三种形式的决策矩阵转化成前景决策矩阵,通过构造拉格朗日松弛函数,进行交叉迭代,计算得到各个方案的最优隶属度,合成各个方案的综合前景值进行方案排序。王坚强和周玲^[18]针对随机多准则决策问题,提出了一种基于前景理论的决策方法,该方法定义了一种区间灰数排序方法及前景价值函数计算各方案的前景值,进而得到方案的排序结果。Huang Min 等^[19]针对收益和成本属性,从损失和收益的角度,结合前

收稿日期:2017-10-31; 修订日期:2018-03-22

基金项目:国家自然科学基金资助项目(71701037, 71971051, 71601041); 中央高校基本科研业务费项目(N182304025)

通讯作者简介:赵萌(1981-),女(汉族),河北秦皇岛人,东北大学秦皇岛分校副教授,硕士生导师,研究方向:多属性决策、熵决策, E-mail: ningmeng5072008@163.com.

景理论对决策风险和效用问题进行了分析。已有有限理性的相关研究,主要将决策者给出的愿景视为参照点,把效益属性超过参照点的部分视为收益,把没有达到参照点的视为损失,把愿景融入前景效用函数,获得前景值来进行排序^[20-22]。前景值的计算主要基于经验数据的固定风险偏好和风险厌恶参数,不能体现决策者的愿景满意度随决策者风险态度的不同而发生变化^[23-26]。Feng Bo 和 Lai Fur-jun^[27]针对航空公司的供应商选择问题,考虑决策的具体情景,提出了四类不同的愿景满意度函数,通过属性满足愿景的程度,进行方案排序。为进一步考虑愿景、风险态度、效用函数和满意度进行决策提供了可供借鉴的思路。但是该方法主要针对某航空公司的供应商选择问题,没有提出实践中其他情形的愿景满意度函数的构建方式。另外,在提出愿景满意度函数时没有分别考虑决策者对损失和收益的不同态度。

可见,考虑愿景的多属性决策方法研究,已经从完全理性发展到有限理性,研究主流是依据前景理论或累计前景理论的前景价值函数表示专家风险态度对愿景满意度的影响,但也存在灵活度不高,不能完全适用的问题^[28-29]。另外,学者们已经开始考虑从愿景、风险态度、效用函数和满意度的角度出发构造

愿景满意度函数^[27],但限于具体问题,普适性不高。

本文在结合属性愿景、风险态度、效用函数和满意度的基础上,提出了两阶段愿景满意度函数的构建方法。此方法从收益和损失的角度分析,可解决如何体现决策者多样的风险态度的问题。通过风险态度和愿景分析,发现当市场不确定性高时,风险厌恶专家和高愿景专家更看重损失,风险偏好专家和低愿景专家更看重收益,有益于给决策双方提供管理建议。

2 愿景满意度函数的构建

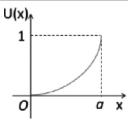
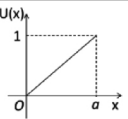
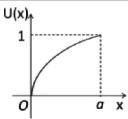
2.1 基于风险态度的经典效用函数

定义1:设 $U(x)$ 为愿景满意度函数

$$U(x) = \left(\frac{x}{a}\right)^k$$

其中 x 是标准化后的愿景值和属性值之间的距离。如表1所示,在 $(0, 1]$ 之间,参数 k 反映了专家面对风险的态度,其中 $k > 1$ 表示风险偏好; $k = 1$ 表示风险中立;而 $0 < k < 1$ 表示风险厌恶。在正负两个方向的横坐标上,根据不同的风险态度,不同的曲线也显示出效用值的两个方向。因此,经典效用函数的三种风险态度同样需要根据实际情况在负方向上进行分配。

表1 三种类型的经典效用函数

效用函数	类型		
	风险偏好	风险中立	风险厌恶
图形			
公式	$U(x) = \log_a(x+b) \quad (a > 1)$ $U(x) = a(x+b)^k + c \quad (k > 1)$ $U(x) = a^{(x+b)} \quad (a > 1)$	$U(x) = kx + b$	$U(x) = \log_a(x+b) \quad (0 < a < 1)$ $U(x) = a(x+b)^k + c \quad (0 < k < 1)$ $U(x) = a^{(x+b)} \quad (0 < a < 1)$

2.2 风险态度的效用函数组合

为了体现风险态度对决策结果的影响,在表2中定义了最简单的三种情况。这三种类型结合了直线和曲线的情况,其中 $k, k_1, k_2 > 0$ 。分段直线是不同斜率下的风险中立的组合,直线和曲线的组合指的是风险中立与风险偏好或风险厌恶的组合,曲线则是专家风险态度中的厌恶和偏好部分。

效用函数组合的特例是前景效用函数。将其自变量转化为标准化后的愿景值和属性值之间的距离,效用函数定义为:

$$U(x) = \begin{cases} x^a, & x \geq 0 \\ -\theta(-x)^\beta, & x < 0 \end{cases}$$

如图1所示,前景效用函数是风险偏好函数和风险厌恶函数组合的分段函数。

面对同一种属性,每个专家的风险态度是不同的,相应的效用函数也不同。即便是一个专家在一个属性上,随着属性值的变化,也可能有不同的风险态度。所以根据实际情况,专家的效用函数是分段函数。表3是现实中效用函数组合的更为复杂的例子,结合了上述的经典效用函数和前景效用函数。

表 2 不同类型的效用函数组合

效用函数组合	类型		
	直线	直线和曲线	曲线
图例			
公式	$U(x) = \begin{cases} -\frac{x}{a}, & a \leq x < 0 \\ \frac{x}{b}, & 0 \leq x \leq b \end{cases}$	$U(x) = \begin{cases} -\frac{x}{a}, & a \leq x < 0 \\ \left(\frac{x}{b}\right)^k, & 0 \leq x \leq b \end{cases}$	$U(x) = \begin{cases} \left(\frac{x}{a}\right)^{k_1}, & a \leq x < 0 \\ \left(\frac{x}{b}\right)^{k_2}, & 0 \leq x \leq b \end{cases}$

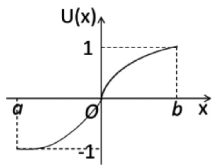


图 1 前景效用函数

表 3 效用函数组合的例子

效用函数组合	
公式	$A(x) = \begin{cases} -1, & x < a, \\ -\left(\frac{x}{a}\right)^a, & a \leq x < 0, \\ \frac{d * x}{b}, & 0 \leq x < b, \\ -(x-a)^k + \beta, & b \leq x < c, \\ 1, & x \geq c \end{cases}$ $\begin{cases} \alpha = \frac{1-d+b^2+c^2}{2(c-b)} \\ \beta = \frac{c-b}{2} + \frac{d-1}{2(c-b)} + 1 \end{cases}$

2.3 构建愿景满意度函数的两阶段步骤

将构建愿景满意度函数的过程分为两个阶段,如图 2 所示。

(1)第一阶段,专家提供对每个属性的愿景值作为参考指标,然后收集属性值的相关信息,计算愿景值与属性值之间的距离。由于属性分收益和成本两方面,所以在第二阶段分别定义为收益属性(Benefit(B))和成本属性(Cost(C))。

(2)第二阶段,对于属性 B,如图 2 所示的实线,当属性值大于愿景值时,满意度为正,距离越大,满意度越高;当属性值小于愿景值时,满意度为负,距离越大,满意度越低。对于属性 C,如图 2 所示的虚线,当属性值大于愿景值时,满意度为负,距离越大,满意度越低;当属性值小于愿景值时,满意度为正,距离越大,满意度越高。

3 愿景满意度函数决策框架

3.1 问题描述

假设有 m 个方案构成方案集 $Z = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_m\}$; L 个属性构成属性集 $T = \{T_1, T_2, \dots, T_L\}$

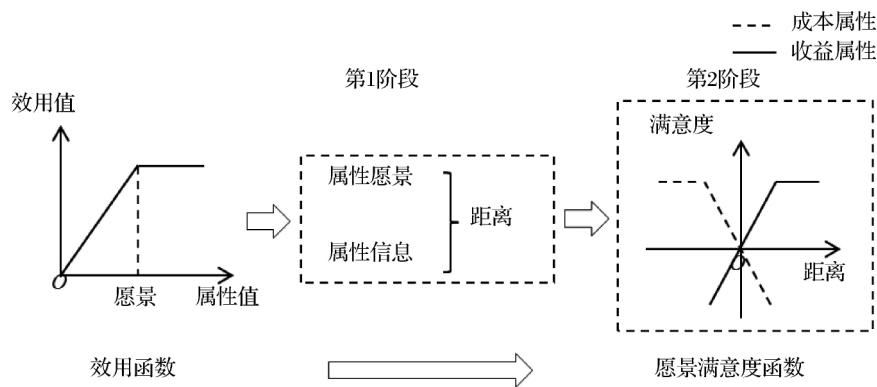


图 2 愿景满意度构建的两阶段步骤

(其中属性有三种数据类型, T_1 是实数, T_2 是区间数, 其他属性皆为语言模糊数);相应地, 属性的权重由向量 $w = \{w_1, w_2, \dots, w_L\}$ 表示; $D = \{D_1, D_2, \dots, D_n\}$ 代表 n 个专家, $v = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 表示相应的专家权重。计算每个方案评价值, 根据最高值决定最优方案。其中, 模糊语言数按重要性由低到高为很差 (Very Poor, VP), 差 (Poor, P), 中等偏差 (Medium Poor, MP), 中等 (Fair, F), 中等偏好 (Medium Good, MG), 好 (Good, G), 很好 (Very Good, VG)。

本文考虑投资项目选择问题, 即投资者从多个候选投资公司中选择最优进行投资。投资者设置相应的属性, 通过计算各公司不同的属性得分, 按综合最高得分确定被投资公司。值得注意的是, 投资项目选择问题有两个特点: (1) 当有限理性投资者风险态度是厌恶时, 会高估损失属性的影响, 并且低估收益属性的影响; (2) 投资者在面临选择时根据定性和定量属性来进行综合决策。解决这一问题的关键在于: 一是考虑投资者的有限理性下不同风险态度对决策结果的影响; 二是如何依据不同类型属性下的信息进行综合优选。

3.2 决策框架

为了解决投资项目选择上相应的问题, 一种包含控制层和分离层的愿景满意度函数框架被提出, 以确定最终赢家进行投资。该框架的核心是使结合了专家态度的效用函数与收益和损失框架相整合, 即(1) 结合专家态度的效用函数被整合到收益和损失框架的分离层以得到候选公司的评价值; (2) 在收益和损失框架控制层上的全体属性 (T_1, \dots, T_L) 将被定义以获得 B 和 C 的权重。每个公司的总得分通过结合收益和损失框架中分离层上的评价值和控制层上的权重值计算, 最高得分的公司被选为赢家进行投资。

其中, 分离层主要将属性值划分为成本和收益两类, 并进行基于两阶段满意度函数的评价, 而控制层主要进行成本与收益属性权重的计算。

为了更加清楚的说明两阶段愿景满意度函数, 用具体例子 (表 4) 详细说明其实现步骤。

第一步: 投资者定义全体属性, 并给出了收益和成本框架控制层下每个属性相对重要性的评价。在投资者对全体属性评价值的基础上, 可以得到收益和成本的权重。

第二步: 基于全体属性, 投资者在分离层上对属性进行详细定义。这些属性可以是定量或定性的,

可以由实数、区间数或模糊数所表示 (如表 4 第三列所示)。为了防止属性之间出现冲突, 将属性分为两类, 即收益属性 (B) 和成本属性 (C), 投资者还需设置每个属性的愿景值 (如表 4 最后一列所示) 以评估候选公司的详细属性。

表 4 每个属性的描述和愿景值

属性	详细代码	数据类型	定义	愿景值
市盈率	z_1	实数	价盈比	市盈率 ≤ 15
合格率	z_2	区间数	无缺陷产品百分比	合格率 $\in [95, 100]$
差评	z_3	模糊语言数	差的社会评价	低绩效 $\leq P$
技术	z_4	模糊语言数	汽车技术上的发展	技术 $\geq G$
服务	z_5	模糊语言数	售后服务花费	服务成本 $\leq F$

第三步: 为了收集候选公司的详细信息, 投资者将要求公司提交他们的信息。在收到投资者对管理信息的要求后, 候选公司将确切的阐述它们的信息。对于定量属性, 公司提交信息为实数或者区间数; 对于定性属性, 公司需要提供能够证明自己的详细信息。在这个过程后, 每个公司可在分离层得到其有关收益和成本的评价值或者综合愿景值。

第四步: 通过将控制层中的成本收益权重与分离层中计算所得的评价值相结合, 计算出各个候选公司的总得分, 并根据最高分来确定投资公司。

3.2.1 符号说明

Q_N : 实数属性的集合

Q_I : 区间数属性的集合

Q_L : 模糊语言属性的集合

q_j : 专家对属性 j 的愿景值 ($j \in \{1, 2, \dots, n\}$)

p_{ij} : 专家 i 对于属性 j 的评价值

3.2.2 综合愿景值的计算

根据候选公司的评价信息和投资者给出的愿景, 在第一阶段和第二阶段中, 基于愿景满意度函数计算收益和成本属性的满意度值:

步骤 1.1: 投资者给出属性评价信息和愿景, 然后标准化愿景值; 并对评价值矩阵进行标准化处理。由于属性具有不同类型, 所以评价值矩阵 $P = [p_{ij}]_{m \times n}$ 和愿景值向量 $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ 需要被标准化为 $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ 和 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ 。在本文中, 假设愿景是给出的。实数、区间数和模糊语言数的标准化公式如下所示:

1) 标准化实数属性下愿景值向量和评价矩阵的公式分别由公式 (1) 和 (2) 表示:

$$e_j = \begin{cases} \frac{q_j}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (p_{ij})^2 + (q_j)^2}}, & j \in Q_N \\ \frac{1/q_j}{\sqrt{\sum_{i=1}^m 1/(p_{ij})^2 + 1/(q_j)^2}}, & j \in Q_N \end{cases} \quad (1)$$

$$b_{ij} = \begin{cases} \frac{p_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (p_{ij})^2 + (q_j)^2}}, & i \in M; j \in Q_N \\ \frac{1/p_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m 1/(p_{ij})^2 + 1/(q_j)^2}}, & i \in M; j \in Q_N \end{cases} \quad (2)$$

2) 标准化区间数属性下愿景值向量和评价矩阵的公式分别由公式(3)和(4)表示:

$$e_j = \begin{cases} \left[\frac{q_j^L}{H_1}, \frac{q_j^U}{H_1} \right], & j \in Q_I \\ \left[\frac{1}{H_2 q_j^U}, \frac{1}{H_2 q_j^L} \right], & j \in Q_I \end{cases} \quad (3)$$

$$b_{ij} = \begin{cases} \left[\frac{p_{ij}^L}{H_1}, \frac{p_{ij}^U}{H_1} \right], & i \in M; j \in Q_I \\ \left[\frac{1}{H_2 p_{ij}^U}, \frac{1}{H_2 p_{ij}^L} \right], & i \in M; j \in Q_I \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$H_1 = \sqrt{\sum_{i=1}^m [(p_{ij}^L)^2 + (p_{ij}^U)^2] + (q_j^L)^2 + (q_j^U)^2},$$

$$H_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^m [(1/p_{ij}^L)^2 + (1/p_{ij}^U)^2] + (1/q_j^L)^2 + (1/q_j^U)^2}$$

3) 标准化语言数属性下愿景值向量和评价矩阵的公式分别由公式(5)和(6)表示:

$$e_j = \begin{cases} q_j, & j \in Q_L \\ \text{Neg}(q_j), & j \in Q_L \end{cases} \quad (5)$$

$$b_{ij} = \begin{cases} p_{ij}, & i \in M; j \in Q_L \\ \text{Neg}(p_{ij}), & i \in M; j \in Q_L \end{cases} \quad (6)$$

其中语言变量 e_j 和 b_{ij} 转换为三角模糊数 \tilde{e}_j 和 \tilde{b}_{ij} , 如: $\tilde{e}_j = (e_j^1, e_j^2, e_j^3)$, $\tilde{b}_{ij} = (b_{ij}^1, b_{ij}^2, b_{ij}^3)$ 。

步骤 1.2: 计算标准化后愿景和绩效之间的距离。

步骤 2.1: 收益矩阵和损失矩阵的计算^[19]。当计算距离和区分属性时, 应将距离应用到满意度函数中, 然后计算满意度。在对实数、区间数、语言数进行标准化后, 计算其相对于愿景值的收益和损失矩阵, 以进一步获得候选投资者的评选专家在每个属性下的愿景值。收益和损失矩阵 $F =$

$[F(b_{ij})]_{m \times n}$ 由公式(7)表示:

$$F(b_{ij}) = \begin{cases} d_{ij}, & b_{ij} \geq e_j \\ -d_{ij}, & b_{ij} < e_j \end{cases} \quad (7)$$

其中 d_{ij} 是 b_{ij} 和 e_j 之间的距离, 当属性是收益属性时, $b_{ij} \geq e_j$ 表示 $F(b_{ij})$ 是收益的; $b_{ij} < e_j$ 表示 $F(b_{ij})$ 是损失的, 当属性是成本属性则恰好相反。

步骤 2.2: 计算愿景满意度。基于收益和损失矩阵 F , 考虑投资者对收益和损失的不同态度, 计算出愿景值矩阵 $V = [V(b_{ij})]_{m \times n}$, 以前景理论为例, 如 $V(b_{ij})$ 公式(8)表示:

$$V(b_{ij}) = \begin{cases} [F(b_{ij})]\alpha, & b_{ij} \geq e_j \\ -\theta[F(b_{ij})]\beta, & b_{ij} < e_j \end{cases} \quad (8)$$

步骤 2.3: 收益和成本的综合愿景满意度值可以通过公式(9)计算:

$$U = \sum_{j=1}^n w_j V(b_{ij}) \quad (9)$$

3.2.3 综合层权重的计算与集结

在获得满意程度后, 将进行收益和成本权重的计算, 然后, 候选公司的整体得分将通过计算获得。

步骤 3: 权重计算, 即运用层次分析法(AHP)计算收益和成本的权重 b 和 c 。

步骤 4: 候选公司评价。在获得公司有关收益和成本的综合愿景值和权重后, 根据公式(10)得到每个公司的总得分:

$$T_i = bU(A_i^B) + cU(A_i^C) \quad (10)$$

4 案例研究及对比分析

4.1 案例研究

一家投资公司正在进行新能源汽车项目开发, 在四家新能源汽车公司 A_1, A_2, A_3, A_4 中选出最合适的公司进行投资。为了有效的评价候选公司, 投资者请了新能源汽车项目领域四个权威专家组成决策团队, 且每个专家的重要程度相同。经过专家团队详细的讨论后, 确定评价候选新能源公司的 5 个属性, 如表 4 所示。各个公司初始绩效值及专家综合给出的属性愿景值如表 5 所示。

表 5 新能源汽车公司的业绩表现与愿景

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
A_1	12	[95, 97]	P	VG	MG
A_2	8	[94, 98]	P	G	P
A_3	4	[93, 96]	MP	VG	MP
A_4	16	[98, 100]	VP	MG	MP
愿景值	≤ 15	[95, 100]	$\leq P$	$\geq G$	$\leq F$

4.1.1 评价信息标准化及距离的计算

根据公式(2)和(4)计算 z_1 和 z_2 标准化后的值, 对于 z_3, z_4 和 z_5 , 先将语言信息转换为三角模糊数, 然后根据公式(6)进行标准化。

4.1.2 收益和损失矩阵的计算

根据公式(7)计算候选公司属性评价价值与愿景值的收益损失值, 如表6所示。

表6 属性收益损失值矩阵

	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
A_1	0.0545	0.0069	0	0.1359	-0.1667
A_2	0.1909	0.0052	0	0	0.3333
A_3	0.5998	-0.0103	-0.1667	0.1359	0.1667
A_4	-0.0136	0.0069	0.1359	-0.1667	0.1667

4.1.3 愿景满意度函数的构建

不同专家愿景满意度函数的构建主要体现: 一是不同专家针对不同属性的风险态度不同; 二是同一专家在同一属性下风险态度随愿景值的变化而变化。愿景满意度范围可从-1变化到1, 其中-1代表绝对不满意; 0代表没有效用损失或收益; 而1代表绝对满意。

(1) 属性 Z_1

在专家们讨论之后, 对于属性 Z_1 , 专家 E_1 和 E_2 认为该属性愿景可以适当改变, 而专家 E_3 和 E_4 为愿景值不需要改变。因此, 对于专家 E_1 和 E_2 而言, 收益损失值-0.05时并没有导致满意度减少或者增加; 当收益损失值小于-0.05时, 满意度将线性下降, 风险态度属于中立; 当收益损失值在-0.05到0.5之间时, 满意度将二次函数形式增加, 风险态度属于偏好; 而当收益损失值大于等于0.5时, 将会导致完全效用收益, 使得满意度恒等于1。总体而言, 专家的风险态度整体上是偏好的。专家 E_1 和 E_2 效用函数图形具体如图3(b)所示, 专家 E_3 和 E_4 效用函数图形如图3(a)所示。

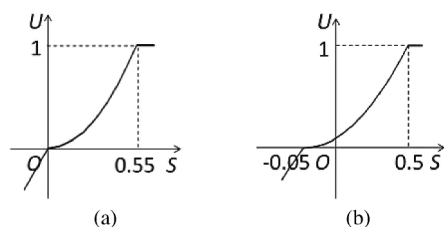


图3 属性 z_1 的效用函数图形

专家 E_1 和专家 E_2 的效用函数:

$$U = \begin{cases} 2S + 0.1, & S \leq -0.05 \\ \frac{400}{121}(S + 0.05)^2, & -0.05 < S \leq 0.5 \\ 1, & S > 0.5 \end{cases}$$

专家 E_3 和专家 E_4 的效用函数:

$$U = \begin{cases} 2S, & S \leq 0 \\ \frac{400}{121}S^2, & 0 < S \leq 0.55 \\ 1, & S > 0.55 \end{cases}$$

(2) 属性 Z_2

对于属性 Z_2 , 专家 $E_1 - E_4$ 的效用函数图形分别如图4(a), (b), (c), (d)所示。相应的函数如下表示:

$$U = \begin{cases} \frac{400}{7}S + \frac{3}{7}, & S \leq 0.01 \\ 1, & S > 0.01 \end{cases}$$

$$U = \begin{cases} 0, & S \leq 0 \\ 100S, & 0 < S \leq 0.01 \\ 1, & S > 0.01 \end{cases}$$

$$U = \begin{cases} -1, & S \leq -0.01 \\ 100S, & -0.01 < S \leq 0 \\ 1, & 0 < S \leq 0.015 \end{cases}$$

$$U = \begin{cases} -1, & S \leq 0 \\ \frac{200}{3}S, & 0 < S \leq 0.015 \end{cases}$$

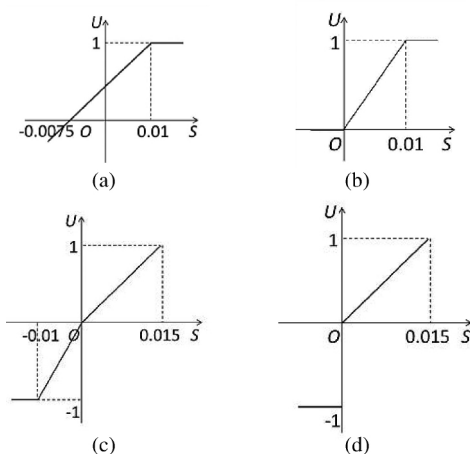
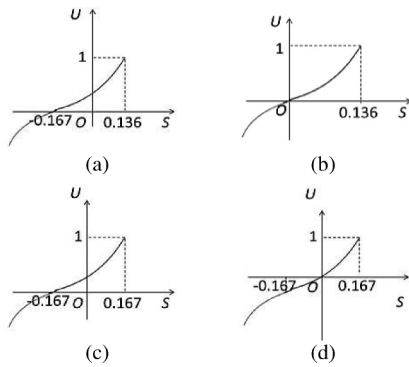


图4 属性 z_2 的效用函数图形

(3) 属性 Z_3

对于属性 Z_3 , 专家 $E_1 - E_4$ 的效用函数图形分别如图5(a), (b), (c), (d)所示。

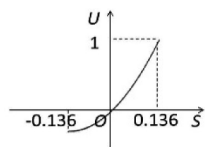
相应的函数表示如下:

图 5 属性 z_3 的效用函数图形

$$\begin{aligned}
 U &= \begin{cases} \log_{10}(S+1.167), & S \leq -0.167 \\ 9.8514^{(S+0.167)} - 1, & -0.167 < S \leq 0.136 \end{cases} \\
 U &= \begin{cases} \log_{10}(S+1), & S \leq 0 \\ 163.48^S - 1, & 0 < S \leq 0.136 \end{cases} \\
 U &= \begin{cases} \log_{10}(S+1.167), & S \leq -0.167 \\ 7.9669^{(S+0.167)} - 1, & -0.167 < S \leq 0.167 \end{cases} \\
 U &= \begin{cases} \log_{10}(S+1.167) - 0.618, & S \leq -0.167 \\ 17.841^{(S+0.167)} - 1.618, & -0.167 < S \leq 0.167 \end{cases}
 \end{aligned}$$

(4) 属性 Z_4

专家对于属性 Z_4 的效用函数均是二次函数 $U = (S+0.0651) \times (S+4.8369) (-0.136 \leq S \leq 0.136)$, 函数图形曲线如图 6 所示。

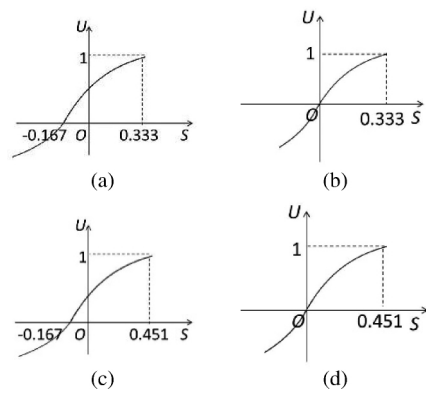
图 6 属性 z_4 效用函数

(5) 属性 Z_5

该属性的效用是 S 型, 而不同专家的拐点也不同, 具体如图 7(a), (b), (c), (d) 所示。

相应的函数如下:

$$\begin{aligned}
 U &= \begin{cases} 2.5^{(S+0.167)} - 1, & S \leq -0.167 \\ \log_{1.5}(S+1.167), & -0.167 < S \leq 0.333 \end{cases} \\
 U &= \begin{cases} 2.5^S - 1, & S \leq 0 \\ \log_{1.333}(S+1), & 0 < S \leq 0.333 \end{cases}
 \end{aligned}$$

图 7 属性 z_5 的愿景满意度函数

$$\begin{aligned}
 U &= \begin{cases} 2.5^{(S+0.167)} - 1, & S \leq -0.167 \\ \log_{1.618}(S+1.167), & -0.167 < S \leq 0.451 \end{cases} \\
 U &= \begin{cases} 2.5^S - 1, & S \leq 0 \\ \log_{1.451}(S+1), & 0 < S \leq 0.451 \end{cases}
 \end{aligned}$$

4.1.4 计算收益成本指标权重确定综合愿景满意度

由 AHP 法计算属性权重向量为 (0.1, 0.15, 0.2, 0.3, 0.25)。每个专家对于每个候选公司的满意度如表 7 所示。

表 7 所有候选公司综合评价结果

	E_1	E_2	E_3	E_4	值	排名
A_1	0.5205	0.3723	0.4532	0.3350	0.4203	2
A_2	0.4709	0.3468	0.3574	0.2570	0.3580	3
A_3	0.5531	0.5182	0.3996	0.2299	0.4252	1
A_4	0.4019	0.3388	0.2915	0.2256	0.3144	4

4.2 对比分析

将本文方法与 PT-BOCR^[19] 和 TOPSIS 算法进行对比研究, 结果见表 8。通过两阶段愿景满意度函数方法和通过 PT-BOCR 算法^[19]、TOPSIS 算法计算出的方案的排序是不同的。由于考虑了专家对损失和收益敏感情况, 利用损失和收益的指标来评估不同方案^[19]。

损失计算结果见表 9, 排序结果为 $A_2 > A_1 > A_3 > A_4$ 。在损失方面, 方案 4 是最差的, 方案 2 是最优的。由表 8 可得, PT-BOCR^[19] 和 TOPSIS 算法的最优方案都是方案 2, 与损失方法排序的结果相同, 表明与专家的风险厌恶的情况相匹配。

如表 10 所示,四个方案在收益上的排名为 $A_3 > A_2 > A_4 > A_1$ 。结果与 PT-BOCR^[19]和 TOPSIS 结果不同,与本文结果相同,表明本文算法更倾向于从收益方面进行方案的优选。从实际情况来分析这种结果是合理的,由于 PT-BOCR^[19]和 TOPSIS 主要适用于专家风险厌恶情况下的决策问题,所以得到的结果更注重损失,本文的四个专家从整体来看是风险偏好的,所以决策结果更注重收益。可见,本文方法通过构建灵活的愿景满意度函数,可以适用于考虑专家不同风险态度的问题。

表 8 不同算法的排序结果

投资者	两阶段愿景 满意度函数值	排名	PT-BOCR 值	排名	TOPSIS 值	排名
A_1	0.4203	2	-0.0357	3	0.4904	4
A_2	0.3580	3	0.0880	1	0.7846	1
A_3	0.4252	1	0.0422	2	0.6615	2
A_4	0.3144	4	-0.0538	4	0.5037	3

表 9 每个方案的损失

	A_1	A_2	A_3	A_4
损失	-0.1667	0.0000	-0.1770	-0.1803

表 10 每个方案的收益

	A_1	A_2	A_3	A_4
收益	0.1973	0.5294	0.9024	0.3095

4.3 风险态度分析

为了进一步分析风险态度对决策结果的影响,假设专家对于属性的风险态度分为风险中立、风险厌恶和风险偏好。属性的初始值是用平均值生成的服从正态分布的随机数。变异系数(Coefficient of Variation, CV)是用于描述属性值偏离总体方案平均值的程度。CV 以 0.01 的速度从 0.01 变化到 0.5,方案的排名也随之变化。收益(或损失)的匹配度定义为方案在一种风险态度下的最优方案与收益(或损失)计量方法^[19]中最优方案相同的次数和总次数相比所得的比值。

在不同风险态度下的损失和收益匹配度见图 8 和图 9。CV 小,风险态度几乎不影响匹配度。CV 大时,风险中立专家的损失匹配度比风险偏好高,但比风险厌恶低;收益匹配度比风险偏好低,比风险厌恶高。导致这种不同的原因是 CV 小,表明方案不

确定性小,即高确定性使不同风险态度的专家做出区别不大的决策。然而,CV 大,不确定性高,风险态度影响较大。风险厌恶者更看重损失,风险偏好者则更看重收益。

管理启示:在 CV 小时,不同投资项目在市场中的表现差异不大,风险态度不同的专家在选择投资项目上会持有相近的意见。因此,接受投资者没有必要过多关注评估专家的风险态度。但是 CV 大时,风险厌恶专家比起收益更看重损失,因此接受投资者应该尽量减少损失;风险偏好专家更看重收益,因此被投资者之间的竞争更多是收益水平的竞争。

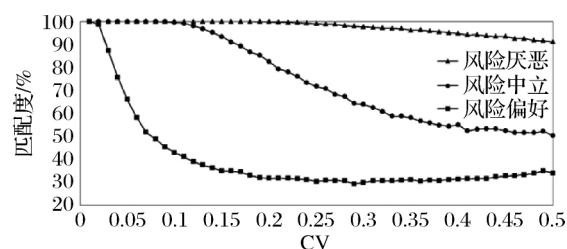


图 8 不同风险态度的损失匹配度对比

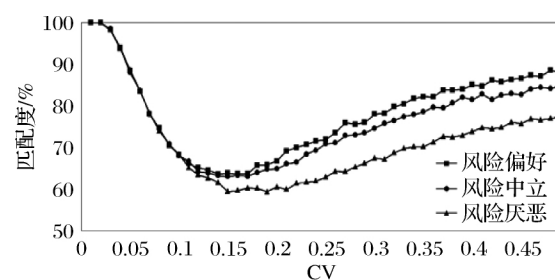


图 9 不同风险态度的收益匹配度对比

4.4 愿景水平的影响分析

为进一步说明专家愿景水平的影响,对于每个属性的中愿景(Medium Aspiration, MA)、低愿景(Low Aspiration, LA)和高愿景(High Aspiration, HA)进行设定,中愿景设定为(15, [95,100], P, G, F),如表 4 所示。由于属性 Z_1 视为成本属性,低愿景低于中愿景,因此设定低愿景为(20, [95,98], MP, MG, MG)。高愿景高于中愿景,因此设定高愿景为(10, [97,100], VP, VG, MP)。高、中、低愿景情况下决策结果的匹配度计算,见图 10 和图 11。随着 CV 的变化,三种愿景的损失匹配度中,HA 最大,LA 最小;收益匹配度中,LA 最大,HA 最小。所以愿景高时,专家更看重损失;愿景低时更看重收益。这样的结果与现实情况相符,如属性 Z_1 (见图 12),设定 MA 为平均值,竞争者为 100 个。

CV 小(如 $CV=0.03$)时,竞争者的 z_1 属性值在 MA 附近波动。此时,LA 下没有损失,HA 下没有收益。HA 的决策结果主要取决于损失,LA 的决策结果主要取决于收益。然而,CV 变大时,HA 的损失影响力和 LA 的收益影响力都下降了,匹配度呈现了下降的趋势。在 HA 下,专家趋向于风险厌恶;在 LA 下,专家趋向于风险偏好;在 MA 下,专家趋向于风险中立。

管理启示:如果愿景高于平均值,对于竞争者来说,最小化损失是更好的选择。同样地,在低愿景情况下,竞争者要获取优势则更应该提高收益。

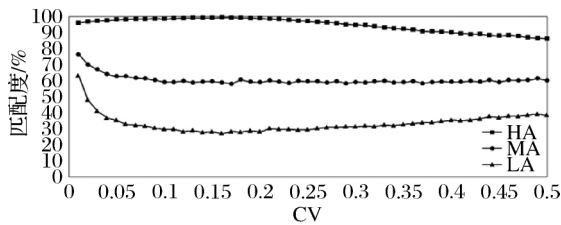


图 10 不同愿景的损失匹配度对比

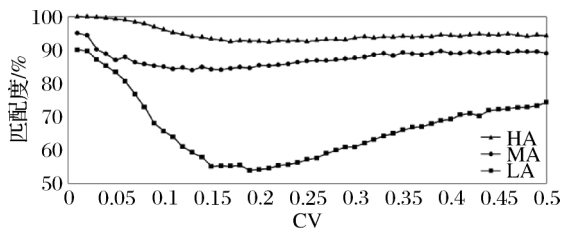


图 11 不同愿景的收益匹配度对比

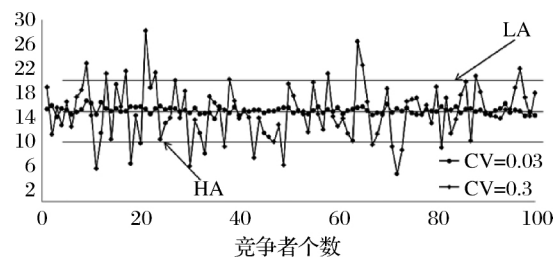


图 12 CV 对损失和收益的影响

5 结语

针对决策信息以实数、区间数和语言变量描述的收益和成本属性多属性决策问题,依据投资者风险态度提出了基于愿景满意度函数的多属性决策方法。通过与 PT-BOCR^[19] 和 TOPSIS 方法比较说明,在投资者处于不同风险态度情况下,本方法可以更好的体现决策的柔性。通过投资项目选择的案例

分析表明,所提的方法对于专家不同的风险态度以及愿景值水平的变化具有稳健性。当变异系数变大时,规避风险的专家认为损失价值超过收益价值,企业应该尽可能地减少损失;而风险偏好专家认为收益更加重要,所以企业需要提高收益。

该方法可以作为不同风险态度专家进行方案优选的一个有用工具,也可以为候选公司进行自我优化,在竞争中取得有利地位提供帮助;当投资者愿景较高时,需要更注重提高收益,发挥优势;当投资者愿景较低时,则要较少损失,注重提高自己的薄弱环节。

参考文献:

- [1] Pang B, Blanco N J, Maddox W T, et al. To not settle for small losses: evidence for an ecological aspiration level of zero in dynamic decision-making[J]. Psychonomic Bulletin & Review, 2016, 24(2): 1-11.
- [2] Wang S Y, Chang S L, Wang R C. Assessment of supplier performance based on product-development strategy by applying multi-granularity linguistic term sets[J]. Omega, 2009, 37(1):215-226.
- [3] Roszkowska E, Wachowicz T. Application of fuzzy TOPSIS to scoring the negotiation offers in ill-structured negotiation problems[J]. European Journal of Operational Research, 2015, 242(3):920-932.
- [4] 杜涛,冉伦,李金林,等. 基于效率的组织多属性决策及实证研究:DEA-TOPSIS 组合方法[J]. 中国管理科学, 2017,25(7):153-162.
- [5] Qin Yong, Zhang Zhenyu, Liu Xinwang, et al. Dynamic risk assessment of metro station with interval type-2 fuzzy set and TOPSIS method[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2015, 29(1):93-106.
- [6] Van Horenbeek A, Pintelon L. Development of a maintenance performance measurement framework - using the analytic network process (ANP) for maintenance performance indicator selection[J]. Omega, 2014, 42(1): 33-46.
- [7] Fan Guichao, Zhong Denghua, Yan Fugen, et al. A hybrid fuzzy evaluation method for curtain grouting efficiency assessment based on an AHP method extended by D numbers[J]. Expert Systems with Applications, 2016, 44(C):289-303.
- [8] Meesariganda B R, Ishizaka A. Mapping verbal AHP scale to numerical scale for cloud computing strategy selection[J]. Applied Soft Computing, 2017:53(4):111-118.
- [9] Corrente S, Greco S, Słowiński R. Multiple Criteria Hi-

- erarchy Process with ELECTRE and PROMETHEE [J]. *Omega*, 2013, 41(5):820—846.
- [10] Morais D C, Almeida A T D. Group decision making on water resources based on analysis of individual rankings[J]. *Omega*, 2012, 40(1):42—52.
- [11] Tavares L V. An acyclic outranking model to support group decision making within organizations[J]. *Omega*, 2012, 40(6):782—790.
- [12] Simon H. Rational choice and the structure of the environment [J]. *Psychological Review*, 1956, 63(2):129—38.
- [13] Lahdelma R, Salminen P. Pseudo—criteria versus linear utility function in stochastic multi—criteria acceptability analysis[J]. *European Journal of Operational Research*, 2002, 141(2):454—469.
- [14] Wang Yingming, Yang Jianbo, Xu Dongling. A preference aggregation method through the estimation of utility intervals[J]. *Computers & Operations Research*, 2005, 32(8):2027—2049.
- [15] Wang J, Zionts S. The aspiration level interactive method (AIM) reconsidered: Robustness of solutions [J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, 175(2): 948—958.
- [16] 刘作仪, 查勇. 行为运作管理: 一个正在显现的研究领域[J]. *管理科学学报*, 2009, 12(4):64—74.
- [17] 龚承柱, 李兰兰, 卫振锋, 等. 基于前景理论和隶属度的混合型多属性决策方法[J]. *中国管理科学*, 2014, 22(10):122—128.
- [18] 王坚强, 周玲. 基于前景理论的灰色随机多准则决策方法[J]. *系统工程理论与实践*, 2010, 30(9):1658—1664.
- [19] Huang Min, Qian Xiaohu, Fang Shucheng, et al. Winner determination for risk aversion buyers in multi—attribute reverse auction[J]. *Omega*, 2016, 59(B): 184—200.
- [20] Wang Jianqiang, Li Kangjian, Zhang Hongyu. Interval—valued intuitionistic fuzzy multi—criteria decision—making approach based on prospect score function[J]. *Knowledge—Based Systems*, 2012, 27(3): 119—125.
- [21] 郝晶晶, 朱建军, 刘思峰. 基于前景理论的多阶段随机多准则决策方法[J]. *中国管理科学*, 2015, 23(1):73—81.
- [22] 李春好, 李巍, 李孟姣, 等. 目标导向多参考点属性价值模型及评价方法[J]. *中国管理科学*, 2017, 25(7):163—175.
- [23] Guo P J, Tanaka H. Decision making with interval probabilities[J]. *European Journal of Operational Research*, 2010, 203(2): 444—454.
- [24] Zhong Liangyue, Yu Yingjia. An application of soft computing technique in group decision making under interval—valued intuitionistic fuzzy environment [J]. 2013, 13(5):2490—2503.
- [25] Chen Shuwei, Liu Jun, Wang Hui, et al. A group decision making model for partially ordered preference under uncertainty[J]. *Information Fusion*, 2015, 25(5):32—41.
- [26] He Yue, Xu Zeshui, Gu Jing. An approach to group decision making with hesitant information and its application in credit risk evaluation of enterprises[J]. *Applied Soft Computing*, 2016, 43(12):159—169.
- [27] Feng Bo, Lai Fujun. Multi—attribute group decision making with aspirations: A case study[J]. *Omega*, 2014, 44(2):136—147.
- [28] 刘小弟, 朱建军, 张世涛, 等. 基于后悔理论与群体满意度的犹豫模糊随机多属性决策方法[J]. *中国管理科学*, 2017, 25(10):171—178.
- [29] 汪新凡, 王坚强. 基于后悔理论的具有期望水平的直觉语言多准则决策方[J]. *控制与决策*, 2016, 31(9): 1638—1644.

Multi-attribute Group Decision Making Method based on Aspiration Satisfaction Function

ZHAO Meng^{1,2}, ZHANG Chen-xi¹, HU Yi-qi², LI Gang^{1,2}

(1. School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110819, China;

2. School of management, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: For multi—attribute group decision—making problems composed of qualitative and quantitative attributes, aspiration is an important factor in decision making for both individuals and organizations. The existing researches mainly combine the aspiration and Prospect Theory to get the prospect value for selective preference. However, Prospect Theory assumes that most decision makers display a risk preference when facing the prospect of loss, and display a risk aversion when facing the prospect of gain. The theory sets fixed risk attitude coefficient to solve prospect value, and it cannot be fully applicable to solve the

multi—attribute decision making problems with aspiration satisfaction. Hence scientific decisions should be made according to the decision—makers' psychological aspiration satisfaction. In this paper, a new method called two—stage aspiration satisfaction function is proposed based on the combination of attribute aspiration, risk attitude, utility function and satisfaction. In this method, the distances between the standardized aspiration values is calculated and the attribute values is calculated by using the distance computational formula and the differentiation method on the cost and benefit of attribute. Then the aspiration satisfaction function is built which integrates varied risk attitudes and aspiration of experts into the multi—attribute decision—making method to get satisfaction. Finally, the weighted algorithm is used to get the sorting results of aggregation experts. In the case analysis, comparison with the existing algorithms and risk attitude analysis show the superiority that this algorithm can be used for decision makings of different risk attitudes in investors. The analysis results of risk attitude and aspiration represent that investor's value loss or gain depends on the risk attitude and the level of aspiration while the attribute uncertainty is large. Computational results also have indicated that the proposed method is robust with respect to the variance of experts' different risk attitudes and the level of aspirations. When companies' attributes vary a lot, an interesting result reveals that the risk averse specialists value losses more than gains, and the risk appetite experts consider gains to be more important. What's more, the proposed method could be a useful tool for investors with different risk attitude who tries to make a profit, and it is also useful for companies to be the winner by sharpening their attributes. In particular, a company, who wants to be an investee, needs to improve the gain attributes, if the investor's aspiration is high; or to improve the loss attributes, if the investor's aspiration is low.

Key words: multi—attribute group decision making; aspiration; risk attitude; aspiration satisfaction function