

结构方程模型中调节效应的标准化估计^{*}

温忠麟^{1, 2} 侯杰泰³ Herbert W. Marsh⁴

(¹华南师范大学心理应用研究中心, 广州 510631) (²香港考试及评核局, 香港)

(³香港中文大学教育心理系, 香港) (⁴牛津大学教育系, 英国)

摘 要 回归分析和结构方程分析中, 标准化估计对解释模型和比较效应大小有重要作用。对于调节效应模型(或交互效应模型), 通常的标准化估计没有意义。虽然显变量的调节效应模型标准化估计问题已经解决, 但潜变量的调节效应模型标准化估计问题复杂得多。本文先介绍回归分析中显变量调节效应模型的标准化估计, 然后提出了一种通过参数的原始估计和通常标准化估计来计算潜变量调节效应模型的“标准化”估计的方法, 得到的“标准化”估计是尺度不变的, 说明可以用“标准化”估计来解释和比较主效应和调节效应。

关键词 结构方程, 调节效应, 标准化估计, 交互效应, 尺度不变性。

分类号 B841. 2

在心理、行为和管理等研究领域的多变量分析中, 除了自变量和因变量外, 经常会碰到调节变量(moderator)和中介变量(mediator)。近年来, 国内对调节效应(moderating effect)模型和中介效应(mediating effect)模型有了一些介绍和研究^[1~4], 涉及到了调节效应和中介效应的估计和检验方法, 也涉及到了中介效应模型的标准化估计(standardized estimation), 但未有涉及到调节效应模型的标准化估计。本文先介绍显变量调节效应模型的标准化估计; 然后提出潜变量调节效应模型的标准化估计, 并给出标准化估计的尺度不变性性质; 最后用一个模拟例子说明如何计算潜变量调节效应模型的标准化估计, 并展示标准化估计的尺度不变性。

模型的标准化估计对解释模型和比较效应大小有重要作用。先看看简单的回归模型, 标准化估计是当自变量和因变量都标准化以后得到的回归方程的参数估计, 其中的回归系数称为标准化回归系数。当要比较两个或多个自变量对因变量的作用大小时, 不能直接比较原始数据估计的回归系数, 而应当比较标准化回归系数。对于结构方程模型(structural equation model, SEM), 标准化估计同样受到重视, 常用的 SEM 软件(本文使用 LISREL)都有标准化估计(standardized solution)和完全标准化估计(completely standardized solution)。如果模型中的潜

变量标准化但指标不标准化, 得到的参数估计是标准化估计。如果模型中的潜变量和指标都标准化, 得到的参数估计是完全标准化估计。当要比较测量方程中的负荷大小或者结构方程中的效应大小时, 应当看完全标准化估计。

如所知, 通常的标准化回归系数是尺度不变的(scale invariant), 即无论变量使用什么尺度单位(scale, 如米或厘米), 标准化估计总是相同的, 从而可以比较哪个自变量的效应相对较大。对于潜变量调节效应模型的标准化估计, 是否也有尺度不变性呢? 自然成了一个需要研究的议题。

对于不同的变量类型, 可能需要不同的建模和分析方法^[4]。本文考虑的变量都假设是连续变量或者可以合理当作连续变量处理的定序变量, 要研究潜变量调节效应模型的合适的标准化估计及其性质。模型的参数及其估计用相同的符号表示, 从上下文不难区分。从统计分析的角度看, 调节效应模型与交互效应(interaction effect)模型是一样的, 两者的差别主要是模型的解释方面(详见文献[1])。在交互效应分析中, 自变量的地位是对称的, 任何一个都可以解释为调节变量。但一旦将其中一个解释为调节变量, 就变成了调节效应模型。所以, 在统计方法上, 研究调节效应模型通常是研究交互效应模型。国外许多论著都将调节效应和交互效应作为同

收稿日期: 2007-06-25

* 教育部哲学社会科学研究重大课题攻关项目(05JZD00034)和香港中文大学资助。

通讯作者: 温忠麟, E-mail: wenzl@snu.edu.cn

义词看待^[5-7],本文在讨论统计方法时也使用交互效应的术语。从未接触过潜变量调节效应或交互效应的读者,可以参阅文献[1,4,7],其中[4,7]有相当详细的文献综述,而[1]则有助理解和解释调节效应。

1 显变量调节效应模型的“标准化”估计

对于有交互效应项的回归模型^[8~10]

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_1X_2 + e \tag{1}$$

如果还是按通常的做法,将 Y, X_1, X_2 和 X_1X_2 分别标准化变成 Z_Y, Z_{X_1}, Z_{X_2} 和 $Z_{X_1X_2}$, 由下方方程

$$Z_Y = \beta_1Z_{X_1} + \beta_2Z_{X_2} + \beta_3Z_{X_1X_2} + \varepsilon \tag{2}$$

求出标准化估计,是不妥的,因为 $Z_{X_1X_2}$ 不是 Z_{X_1} 和 Z_{X_2} 的乘积项(交互作用项)。Friedrich提出了一个求交互效应模型(1)标准化估计的方法:首先将 Y, X_1, X_2 标准化(即计算各变量的标准分数,也称为 Z -分数),变成 Z_Y, Z_{X_1}, Z_{X_2} ;然后构造乘积项 $Z_{X_1}Z_{X_2}$, 下方方程的原始估计(不要再求标准化估计)

$$Z_Y = c_0 + c_1Z_{X_1} + c_2Z_{X_2} + c_3Z_{X_1}Z_{X_2} + e \tag{3}$$

就作为交互效应模型(1)的标准化估计^[8]。由于模型(3)中的 $Z_{X_1}Z_{X_2}$ 是 Z_{X_1} 和 Z_{X_2} 的乘积项,因而是 X_1, X_2 标准化后的交互作用项,所以这样定义的标准化估计是合适的。为了区别,下面将由方程(2)得到的估计称为通常标准化估计,由方程(3)得到的原始估计称为“标准化”估计。就是说,对于交互效应模型,通常标准化估计是不妥的,应当将方程(3)的原始估计作为标准化估计。熟悉统计软件 SPSS 的读者不难用方程(3)求出“标准化”估计,主要步骤见附录一。

2 潜变量调节效应模型的“标准化”估计

对于潜变量交互效应模型,设结构方程为

$$y = \alpha + \gamma_1\xi_1 + \gamma_2\xi_2 + \gamma_3\xi_1\xi_2 + \xi \tag{4}$$

或

$$\eta = \gamma_1\xi_1 + \gamma_2\xi_2 + \gamma_3\xi_1\xi_2 + \xi \tag{5}$$

也应当存在与显变量情形类似的“标准化”估计,但求解的过程不像上述的那样直接,因为我们无法直接将潜变量标准化来构造两个潜变量 Z -分数的乘积项。本文提出一种计算潜变量交互效应模型“标准化”估计的方法,其中结构方程(5)中的系数 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 的“标准化”估计可以用模型参数的原始估计

和通常标准化估计得到,因而可以利用常用的 SEM 软件的输出结果计算所要的“标准化”估计。

不失一般性,考虑结构方程(5),为了识别模型,其中的截距项设定为零^[11,12]。在研究交互效应时,通常设 ξ_1 和 ξ_2 的均值为零,因为均值不影响交互效应项^[6,11,13~16]。这样,由方程(5)及数学期望的性质, $E(\eta) = \gamma_3E(\xi_1\xi_2)$, 可以将(5)变形为

$$\begin{aligned} \eta' &= \frac{\eta - E(\eta)}{sd(\eta)} = \frac{\gamma_1\xi_1 + \gamma_2\xi_2 + \gamma_3\xi_1\xi_2 + \xi - \gamma_3E(\xi_1\xi_2)}{sd(\eta)} \\ &= \gamma_1 \frac{sd(\xi_1)}{sd(\eta)} \frac{\xi_1}{sd(\xi_1)} + \gamma_2 \frac{sd(\xi_2)}{sd(\eta)} \frac{\xi_2}{sd(\xi_2)} \\ &\quad + \gamma_3 \frac{sd(\xi_1\xi_2)}{sd(\eta)} \frac{\xi_1\xi_2 - E(\xi_1\xi_2)}{sd(\xi_1\xi_2)} + \frac{\xi}{sd(\eta)} \end{aligned} \tag{6}$$

其中 $sd(x)$ 表示 x 的标准差,如 $sd(\eta)$ 表示 η 的标准差。记 ξ'_1, ξ'_2 和 $(\xi_1\xi_2)'$ 分别为 ξ_1, ξ_2 和 $\xi_1\xi_2$ 的标准化变量(即 Z -分数),由(6)得到通常标准化方程

$$\eta' = \gamma'_1\xi'_1 + \gamma'_2\xi'_2 + \gamma'_3(\xi_1\xi_2)' + \xi' \tag{7}$$

其中 γ'_1, γ'_2 和 γ'_3 是通常标准化系数。比较方程(6)和(7)可知

$$\begin{aligned} \gamma'_1 &= \gamma_1 \frac{sd(\xi_1)}{sd(\eta)}, \quad \gamma'_2 = \gamma_2 \frac{sd(\xi_2)}{sd(\eta)}, \\ \gamma'_3 &= \gamma_3 \frac{sd(\xi_1\xi_2)}{sd(\eta)} \end{aligned} \tag{8}$$

使用 SEM 软件(如 LISREL),要求输出完全标准化估计,可以得到 γ'_1, γ'_2 和 γ'_3 的估计。和显变量情形一样,这样得到的 γ'_1, γ'_2 和 γ'_3 估计不是交互效应模型合适的标准化估计。为了构造类似于(3)的方程,我们将方程(5)变形为

$$\begin{aligned} \eta' &= \frac{\eta - E(\eta)}{sd(\eta)} = \frac{\gamma_1\xi_1 + \gamma_2\xi_2 + \gamma_3\xi_1\xi_2 + \xi - \gamma_3E(\xi_1\xi_2)}{sd(\eta)} \\ &= \gamma_1 \frac{sd(\xi_1)}{sd(\eta)} \frac{\xi_1}{sd(\xi_1)} + \gamma_2 \frac{sd(\xi_2)}{sd(\eta)} \frac{\xi_2}{sd(\xi_2)} \\ &\quad + \gamma_3 \frac{sd(\xi_1)sd(\xi_2)}{sd(\eta)} \frac{\xi_1}{sd(\xi_1)} \frac{\xi_2}{sd(\xi_2)} - \frac{\gamma_3E(\xi_1\xi_2)}{sd(\eta)} \end{aligned} \tag{9}$$

并记为

$$\eta' = \alpha'' + \gamma''_1\xi'_1 + \gamma''_2\xi'_2 + \gamma''_3\xi'_1\xi'_2 + \xi' \tag{10}$$

其中 ξ'_1 和 ξ'_2 分别是 ξ_1 和 ξ_2 的标准化变量; $\xi'_1\xi'_2$ 是它们的乘积,表示 ξ'_1 和 ξ'_2 的交互作用项。方程(10)就是潜变量交互效应的合适的标准化方程,其中系数 γ''_1, γ''_2 和 γ''_3 的原始估计就作为有交互效应项的方程(5)的“标准化”估计。比较方程(9)和(10)有

$$\gamma''_1 = \gamma_1 \frac{sd(\xi_1)}{sd(\eta)}, \quad \gamma''_2 = \gamma_2 \frac{sd(\xi_2)}{sd(\eta)},$$

$$\gamma''_3 = \gamma_3 \frac{sd(\xi_1 \xi_2)}{sd(\eta)} \quad (11)$$

但要注意的是,在实际建模时,结构方程(10)不需要常数项 $\alpha'' = -\frac{\gamma_3 E(\xi_1 \xi_2)}{sd(\eta)}$ 。原因是潜变量交互效应模型中的 y 测量方程总是需要截距项^[15],因此 α'' 将被整合到 y 测量方程的截距项中^[11, 12]。例如,设 $y_1 = \tau_{y1} + \lambda_{y1} \eta' + \varepsilon_1$, 令 $\eta^* = \eta' - \alpha''$, 则

$$\begin{aligned} y_1 &= (\tau_{y1} + \lambda_{y1} \alpha'') + \lambda_{y1} \eta^* + \varepsilon_1 \\ &= \tau_{y1}^* + \lambda_{y1} \eta^* + \varepsilon_1 \end{aligned}$$

结构方程(10)变成了

$$\eta^* = \gamma''_1 \xi'_1 + \gamma''_2 \xi'_2 + \gamma''_3 \xi'_1 \xi'_2 + \zeta'$$

而其中系数没有任何改变。

比较公式(8)和(11)可得到 $\gamma''_1, \gamma''_2, \gamma''_3$ 和 $\gamma'_1, \gamma'_2, \gamma'_3$ 的联系:

$$\begin{aligned} \gamma''_1 &= \gamma'_1, \quad \gamma''_2 = \gamma'_2 \\ \gamma''_3 &= \gamma'_3 \frac{sd(\xi_1)sd(\xi_2)}{sd(\xi_1 \xi_2)} \end{aligned} \quad (12)$$

公式(12)说明,如果求出了方程(5)的原始估计(因而有 $sd(\xi_1), sd(\xi_2), sd(\xi_1 \xi_2)$ 的估计值),还求出了方程(5)的通常标准化估计(因而有 γ'_3 的估计值),就可以计算交互效应的“标准化”估计值。使用 LISREL 的记号,可以将公式(12)写成

$$\gamma''_1 = \gamma'_1, \quad \gamma''_2 = \gamma'_2, \quad \gamma''_3 = \gamma'_3 \frac{\sqrt{\phi_{11}\phi_{12}}}{\sqrt{\phi_{33}}} \quad (13)$$

其中, ϕ_{11}, ϕ_{22} 和 ϕ_{33} 分别是 ξ_1, ξ_2 和 $\xi_1 \xi_2$ 的方差。这样,只要求出 ϕ_{11}, ϕ_{22} 和 ϕ_{33} 的原始估计和主效应、交互效应的通常标准化估计 γ'_1, γ'_2 和 γ'_3 , 由公式(13)就可以计算方程(5)的主效应和交互效应的“标准化”估计 γ''_1, γ''_2 和 γ''_3 。

3 潜变量调节效应模型的设定——无约束方法

上面的讨论只涉及潜变量之间的关系(即结构模型),下面要讨论整个模型的设定。自从1984年 Kenny 和 Judd^[17] 开创性地研究潜变量的交互效应以来,随着统计理论的进步和 SEM 软件的发展,先后出现了许多潜变量交互效应模型设定方法(参见文[4]中的综述)。目前能利用 LISREL 来做的比较简单的方法是无约束方法(unconstrained ap-

proach)^[15]。与之前的同类方法相比,无约束方法不需要在模型中加上繁难的约束等式,是普通应用工作者能够掌握的方法。自该方法问世以来,得到了普遍的重视和应用,被写入美国一本结构方程进阶教科书^[7],并出现了以该方法为基础的后续研究(如文献[18-19])。下面介绍的就是无约束方法对潜变量交互效应模型的设定。

为了简单明确起见,设 η 有三个指标: y_1, y_2, y_3 ; ξ_1 和 ξ_2 也是各有三个指标: 分别是 x_1, x_2, x_3 和 x_4, x_5, x_6 。进一步假设所有指标都已经中心化^①, 因而 x 指标的测量不需要截距项,但 y 指标的测量方程总是需要有截距项^[13-15]。用指标的配对乘积(x_1x_4, x_2x_5, x_3x_6)作为潜变量乘积项 $\xi_1 \xi_2$ 的指标,并且将 $\xi_1 \xi_2$ 作为第三个潜变量^[15]。

模型的 LISREL 格式如下:

y 指标测量方程

$$\begin{aligned} y_1 &= \tau_{y1} + \lambda_{y1} \eta + \varepsilon_1 \\ y_2 &= \tau_{y2} + \lambda_{y2} \eta + \varepsilon_2 \\ y_3 &= \tau_{y3} + \lambda_{y3} \eta + \varepsilon_3 \end{aligned}$$

x 指标测量方程

$$\begin{aligned} x_1 &= \lambda_{11} \xi_1 + \delta_1 \\ x_2 &= \lambda_{21} \xi_1 + \delta_2 \\ x_3 &= \lambda_{31} \xi_1 + \delta_3 \\ x_4 &= \lambda_{41} \xi_2 + \delta_4 \\ x_5 &= \lambda_{51} \xi_2 + \delta_5 \\ x_6 &= \lambda_{61} \xi_2 + \delta_6 \\ x_1x_4 &= \lambda_{71} \xi_1 \xi_2 + \delta_7 \\ x_2x_5 &= \lambda_{81} \xi_1 \xi_2 + \delta_8 \\ x_3x_6 &= \lambda_{91} \xi_1 \xi_2 + \delta_9 \end{aligned}$$

结构方程

$$\eta = \gamma_1 \xi_1 + \gamma_2 \xi_2 + \gamma_3 \xi_1 \xi_2 + \zeta$$

模型中要估计的其他参数如下:

潜变量的均值

$$\begin{aligned} K_1 &= E(\xi_1) = 0, \quad K_2 = E(\xi_2) = 0 \\ K_3 &= E(\xi_1 \xi_2) = \text{cov}(\xi_1, \xi_2) \end{aligned}$$

潜变量的方差-协方差

$$\begin{aligned} \phi_{11} &= \text{var}(\xi_1), \quad \phi_{22} = \text{var}(\xi_2), \quad \phi_{33} = \text{var}(\xi_1 \xi_2); \\ \phi_{21} &= \text{cov}(\xi_2, \xi_1), \quad \phi_{31} = \text{cov}(\xi_1 \xi_2, \xi_1), \\ \phi_{32} &= \text{cov}(\xi_1 \xi_2, \xi_2) \end{aligned}$$

① y 指标是否中心化都可以,即使 y 指标已经中心化, y 指标的测量方程还是需要截距项。 y 指标中心化只影响结构方程的截距项和 y 测量方程的截距项。然而,为了简化模型和提高模型收敛的机会, x 指标中心化是必要的^[13-15]。 x 指标中心化,不仅影响结构方程的截距项和 x 测量方程的截距项,还可能影响主效应,但不影响交互效应^[9, 13, 15]。

y指标测量误差方差

$$\theta_{\varepsilon_i} = \text{var}(\varepsilon_i), \quad i = 1, 2, 3$$

x指标测量误差方差

$$\theta_{\delta_j} = \text{var}(\delta_j), \quad j = 1, 2, \dots, 9$$

模型解释如下:

1 为了指定模型, 将 λ_{y_1} , λ_{y_2} , λ_{y_3} 设定为固定参数, 即设定

$$\lambda_{y_1} = 1, \lambda_{y_2} = 1, \lambda_{y_3} = 1, \lambda_{y_4} = 1, \lambda_{y_5} = 1$$

2 模型需要有均值结构, 一是 y 指标有均值项 (即截距项, LISREL 关键字是 TY), 全部自由估计。二是潜变量有均值项 (LISREL 关键字是 KA)。其中 K_1 和 K_2 固定为零, K_3 等于 ϕ_{21} 。 K_3 也可以自由估计, 但有时会降低模型收敛的机会。

3 如果潜变量是正态分布, $\phi_{31} = \text{cov}(\xi_1, \xi_2)$, $\phi_{32} = \text{cov}(\xi_1, \xi_3)$ 。否则, ϕ_{31} 和 ϕ_{32} 自由估计。

4 模型中的其他参数都自由估计, 参见附录二中的 LISREL 程序。

4 潜变量调节效应模型“标准化”估计的尺度不变性

尺度不变性是参数估计的一种重要性质。如果一个参数的估计与变量的测量单位无关, 即无论变量使用什么尺度单位, 该参数的估计是惟一确定的, 则称该参数估计是尺度不变的。以简单的回归模型为例, 回归系数的原始估计与自变量的尺度单位有关, 因而不是尺度不变的。但回归系数的标准化估计与尺度单位无关, 因而是尺度不变的。类似地, 自然希望本文所论的潜变量调节效应模型的“标准化”估计是尺度不变的。下面给出潜变量调节效应模型“标准化”估计的若干尺度不变性性质, 证明涉及比较高深的数理统计知识, 另文讨论^[20]。

对于潜变量交互效应模型, “标准化”估计有下列性质:

(i) 主效应的“标准化”估计是尺度不变的, 估计的标准误和 t 值也是尺度不变的, 因而无论使用什么尺度单位, 主效应的“标准化”估计和显著性检验结果是一样的。

(ii) 交互效应的“标准化”估计是尺度不变的, 估计的标准误和 t 值也是尺度不变的, 因而无论使用什么尺度单位, 交互效应的“标准化”估计和显著性检验结果是一样的。

(iii) 如果使用广义最小二乘 (GLS) 或者极大似然 (ML) 方法, 模型拟合得到的 χ^2 值是尺度不变的, 因而所有基于 χ^2 值的拟合指数 (goodness of fit

indexes) 都是尺度不变的。

由于上述的尺度不变性, 无论用中心化数据 (变量观测值减去变量均值) 还是用标准化数据 (变量观测值使用 Z -分数) 进行分析, 得到的“标准化”估计是惟一确定的。这种惟一性, 是对“标准化”估计的要求, 也是为什么要讨论尺度不变性的原因。

值得一提的是, 上述尺度不变性不仅对于无约束方法设定的模型成立, 对于约束方法和部分约束方法设定的模型 (详见 [7, 15]) 也同样成立^[20]。

5 潜变量调节效应模型“标准化”估计示例

为了演示如何求出潜变量调节模型的“标准化”估计, 使用 Marsh 等人^[15]曾使用过的模拟数据。但这里只使用其中一个样本, 容量为 500, 模型和第三节的一样, 即有两个外源变量 ξ_1 (3个指标 x_1, x_2, x_3) 和 ξ_2 (3个指标 x_4, x_5, x_6), 连同它们的交互作用项 $\xi_1\xi_2$ 一起预测内生变量 η (3个指标 y_1, y_2, y_3)。因为这里只是示范如何计算“标准化”估计, 并展示尺度不变性, 而不涉及模拟结果与所设计的总体参数的关系, 所以没必要说明模拟设计过程, 有兴趣的读者请参考文献 [15]。使用两种数据类型: 中心化数据和标准化数据, 它们的尺度单位是不一样的。中心化数据使用的是原始测量单位, 不管原始测量单位是什么, 标准化数据都是一样的, 因而标准化数据在使用不同测量单位的数据之间起到了链接的作用。如果使用中心化数据和标准化数据得到的“标准化”估计相同, 就已经说明了使用任何测量单位得到的“标准化”估计相同, 即“标准化”估计有尺度不变性。需要指出的是, 这里的模拟结果只是尺度不变性的展示, 而不是证明。

对于中心化数据, 全部 6 个 x 指标都中心化 (中心化后的指标仍然使用原来的字母和下标表示), 然后产生 3 个配对乘积 (x_1x_4, x_2x_5, x_3x_6) 作为 $\xi_1\xi_2$ 的指标, 但配对乘积不再重新中心化。对于标准化数据, 全部 6 个 x 指标和 3 个 y 指标都标准化 (变成 Z -分数后的指标仍然使用原来的字母和下标表示), 然后产生 3 个配对乘积 (x_1x_4, x_2x_5, x_3x_6) 作为 $\xi_1\xi_2$ 的指标, 但配对乘积不再重新标准化。无论是中心化数据, 还是标准化数据, 都必须用协方差矩阵进行分析, 潜变量交互效应模型使用相关矩阵进行分析是错误的。使用的 SEM 软件是 LISREL 8.72 程序见附录二 (包含中心化数据的样本协方差和均值), 结果见表 1。程序包含中心化数据的样

本协方差和均值, 读者可以复制并运行。

先看中心化数据的估计结果, LISREL 输出中有下面的原始估计: $\gamma_1 = 0.364$ $\gamma_2 = 0.485$ $\gamma_3 = 0.184$ $\phi_{11} = 1.114$ $\phi_{22} = 1.008$ $\phi_{33} = 1.233$ 还有下面的通常标准化估计: $\gamma'_1 = 0.373$ $\gamma'_2 = 0.474$, $\gamma'_3 = 0.199$ 。由公式 (13) 可知, 主效应的“标准化”估计与通常标准化估计一样, 即 $\gamma''_1 = 0.373$ $\gamma''_2 = 0.474$ 。交互效应的“标准化”估计为

$$\gamma''_3 = \gamma'_3 \frac{\sqrt{\phi_{11}\phi_{22}}}{\sqrt{\phi_{33}}} = 0.199 \times \frac{\sqrt{1.114 \times 1.008}}{\sqrt{1.233}} = 0.190$$

表 1 无约束方法设定潜变量交互效应模型, 中心化数据和标准化数据估计结果比较

数据 类型	ξ_1			ξ_2			$\xi_1\xi_2$				R^2	χ^2	df
	γ_1	γ'_1	t	γ_2	γ'_2	t	γ_3	γ'_3	t	γ''_3			
中心化	0.364	0.373	5.796	0.485	0.474	6.920	0.184	0.199	2.564	0.190	0.424	52.66	57
标准化	0.372	0.373	5.796	0.482	0.474	6.920	0.271	0.199	2.565	0.190	0.424	52.66	57

注: γ_p 、 γ_2 和 γ_3 分别是主效应和交互效应的原始估计。 γ'_p 、 γ'_2 和 γ'_3 分别是主效应和交互效应的通常标准化估计 (即完全标准化解中的输出结果)。 γ'_p 、 γ'_2 也就是主效应的“标准化”估计, γ''_3 是交互效应的“标准化”估计。 R^2 是结构方程对应的平方复相关系数, df 表示 χ^2 的自由度。

再看标准化数据的估计结果, LISREL 输出中有下面的原始估计: $\gamma_1 = 0.372$ $\gamma_2 = 0.482$ $\gamma_3 = 0.271$ $\phi_{11} = 0.509$ $\phi_{22} = 0.489$ $\phi_{33} = 0.273$ 还有下面的通常标准化估计: $\gamma'_1 = 0.373$ $\gamma'_2 = 0.474$ $\gamma'_3 = 0.199$ 。中心化数据和标准化数据得到的主效应和交互效应的通常标准化估计完全相同, 这是预料中的事, 因为通常标准化估计是尺度不变的。不过, 即使是标准化数据, 交互效应的“标准化”估计也要通过公式 (13) 来计算

$$\gamma''_3 = \gamma'_3 \frac{\sqrt{\phi_{11}\phi_{22}}}{\sqrt{\phi_{33}}} = 0.199 \times \frac{\sqrt{0.509 \times 0.489}}{\sqrt{0.273}} = 0.190$$

从表 1 可以看出, 主效应和交互效应的“标准化”估计、结构方程对应的平方复相关系数、模型拟合的 χ^2 值及其自由度, 在两种数据的分析结果中是一样的。无论使用什么尺度单位, 标准化数据都是一样的, 这正说明了主效应和交互效应的“标准化”估计、结构方程对应的平方复相关系数、模型拟合的 χ^2 值及其自由度是尺度不变的。不过, 因为“标准化”估计是通过公式 (13) 计算得到, 所以由 SEM 软件得到的 χ^2 值只是近似, 误差有多大, 是一个有待研究的问题。

关于 t 值, 要说明一下。如所知, 一个参数估计对应的 t 值是将参数估计值除以标准误计算出来的。常用的统计软件 (包括 SPSS 和 LISREL) 只提供原始估计的标准误和 t 值, 通常标准化估计和原始估计的 t 值是一样的, 即标准化估计就用原始估计的 t 值来检验。对于“标准化”估计的检验, 也使用原始估计的 t 值来检验, 在绝大多数场合, 这样做是合适的, 但什么情况下会出现问题, 是一个需要研

究的课题。虽然, 主效应和交互效应的“标准化”估计、相应的标准误和 t 值都是尺度不变的, 但原始估计及相应的标准误都不是尺度不变的。幸好, 原始估计的 t 值是近似尺度不变的^[20]。表 1 中, 用两种数据的计算结果是, 主效应的 t 值一致 (3 位小数相同), 交互效应的 t 值几乎一致 (2 位小数相同)。这样, 用不同的尺度单位, 不仅主效应和交互效应的“标准化”估计结果相同, 检验结果也相同。不过, 对于交互效应模型, 两个变量相乘的结果破坏了通常的正态性假设, 因而交互效应项 t 检验的第一类错误率可能与设定的显著性水平 (如 0.05) 有出入。当碰到 t 值在临界值附近 (即 t 的绝对值在 2 上下) 时, 除了报告 t 值外, 最好计算并报告交互作用项的 R^2 变化, 以衡量交互作用项对因变量变异的额外贡献^[22]。

6 小结

模型的标准化估计对比较变量的效应大小有重要作用。然而, 对于交互效应 (或调节效应) 模型, 通常标准化估计是没有意义的, 因而建构合适的标准化估计是一个重要议题。对于只涉及显变量的模型, 交互效应的标准化估计已有不少讨论^[8-10]。本文提出的“标准化”估计, 是显变量交互效应模型的“标准化”估计的推广。

尺度不变性问题, 是参数估计的一种重要性质。对于通常的回归模型, 标准化估计是尺度不变的, 这种性质确立了标准化估计的地位。对于通常的结构方程模型 (不带交互效应项), 如果参数没有约束等式, 标准化估计是尺度不变的^[21]。本文提出的潜变

量交互效应模型的“标准化”估计,也是尺度不变的。

值得指出的是,本文的研究过程似乎有点复杂,但应用时需要掌握的东西不难。所论的潜变量交互效应模型的“标准化”估计可以很容易利用 SEM 软件输出的原始估计和通常标准化估计结果得到。对于主效应,通常标准化估计就是“标准化”估计。对于交互效应,“标准化”估计由公式(13)计算,公式不复杂,计算量很小,用计算器或者在 Excel 单元格中输入公式很容易完成计算。

参 考 文 献

- Wen Z, Hau K T, Chang L. A comparison of moderator and mediator and their applications (in Chinese). *Acta Psychologica Sinica* 2005, 37(2): 268~ 274
(温忠麟, 侯杰泰, 张雷. 调节效应和中介效应的比较和应用. *心理学报*, 2005, 37(2): 268~ 274)
- Wen Z, Chang L, Hau K T, Liu H. Testing and application of the mediating effects (in Chinese). *Acta Psychologica Sinica* 2004, 36(6): 614~ 620
(温忠麟, 张雷, 侯杰泰, 刘红云. 中介效应检验程序及其应用. *心理学报*, 2004, 36(5): 614~ 620)
- Wen Z, Chang L, Hau K T. Mediated moderator and moderated mediator (in Chinese). *Acta Psychologica Sinica* 2006, 38(3): 448~ 452
(温忠麟, 张雷, 侯杰泰. 有中介的调节和有调节的中介. *心理学报*, 2006, 38(3): 448~ 452)
- Wen Z, Hau K T, Marsh H W. Methods and recent research development in analysis of interaction effects between latent variables. *Advance in Psychological Science* 2003, 11(5): 593~ 599
(温忠麟, 侯杰泰, Marsh H W. 潜变量交互效应分析方法. *心理科学进展*, 2003, 11(5): 593~ 599)
- Klein A, Moosbrugger H. Maximum likelihood estimation of latent interaction effects with the LISREL method. *Psychometrika* 2000, 65: 457~ 474
- Schemelleh-Engel K, Klein A, Moosbrugger H. Estimating nonlinear effects using a latent moderated structural equations approach. In: Schumacker R E, Marcoulides G A (Eds.), *Interaction and nonlinear effects in structural equation modeling*. Mahwah, NJ: Erlbaum, 1998. 203~ 238
- Marsh H W, Wen Z, Hau K T. Structural Equation Models of Latent Interaction and Quadratic Effects. In: Hancock G R, Mueller R O (Eds.), *Structural Equation Modeling: A Second Course*. Greenwich, CT: Information Age Publishing, 2006. 225~ 265
- Friedrich R J. In defense of multiplicative terms in multiple regression equations. *American Journal of Political Science* 1982, 26(4): 797~ 833
- Aiken L S, West S G. *Multiple regression: Testing and interpreting interactions*. Newbury Park, CA: Sage, 1991
- Cohen J, Cohen P, West S G, Aiken L S. *Applied multiple regression/correlational analysis for the behavioral sciences* (3rd ed.). Hillsdale, NJ: Erlbaum, 2003
- Jöreskog K G, Yang F. Nonlinear structural equation models: The Kenny-Judd model with interaction effects. In: Marcoulides G A, Schumacker R E (Eds.), *Advanced structural equation modeling: Issues and techniques*. Mahwah, NJ: Erlbaum, 1996. 57~ 88
- Yang F. Modeling interaction and nonlinear effects: a step-by-step LISREL example. In: Schumacker R E, Marcoulides G A (Eds.), *Interaction and nonlinear effects in structural equation modeling*. Mahwah, NJ: Erlbaum, 1998. 17~ 42
- Algina J, Moulder B C. A note on estimating the Jöreskog-Yang model for latent variable interaction using LISREL 8.3. *Structural Equation Modeling* 2001, 8(1): 40~ 52
- Moulder B C, Algina J. Comparison of methods for estimating and testing latent variable interactions. *Structural Equation Modeling* 2002, 9(1): 1~ 19
- Marsh H W, Wen Z, Hau K T. Structural Equation Models of Latent Interactions: Evaluation of Alternative Estimation Strategies and Indicator Construction. *Psychological Methods* 2004, 9(3): 275~ 300
- Wall M M, Amen Y. Generalized appended product indicator procedure for nonlinear structural equation analysis. *Journal of Educational and Behavioral Statistics* 2001, 26: 1~ 29
- Kenny D A, Judd C M. Estimating the nonlinear and interactive effects of latent variables. *Psychological Bulletin* 1984, 96: 201~ 210
- Little T D, Bovaird J A, Widaman K F. On the merits of orthogonalizing powered and product terms: implications for modeling interactions among latent variables. *Structural Equation Modeling* 2006, 13(4): 497~ 519
- Marsh H W, Wen Z, Hau K T, Little T D, Bovaird J A, Widaman K F. Unconstrained structural equation models of latent interactions: contrasting residual and mean-centered approaches. *Structural Equation Modeling* 2007, 14(4): 570~ 580
- Wen Z, Marsh H W, Hau K T. Structural equation models of latent interactions: an appropriate standardized solution and its scale-free properties. (Under review.)
- Cudeck R. Analysis of correlation matrices using covariance structure models. *Psychological Bulletin* 1989, 105: 317~ 327
- Wen Z. *Statistics for psychology and education* (in Chinese). Guangzhou: Guangdong Higher Education Press, 2006. 189~ 199
(温忠麟. *心理与教育统计*. 广州: 广东高等教育出版社, 2006. 189~ 199)

附录一 使用 SPSS 计算显变量调节效应模型标准化估计的主要步骤

- (1)用 <Analyze> 菜单 <Descriptive Statistics> 下的 <Descriptives> 命令, 计算 Y, X_1, X_2 的 Z-分数 Z_Y, Z_{X_1}, Z_{X_2} (要击选 <Save standardized values as variables>)。
- (2)用 <Transform> 菜单的 <Compute> 命令, 计算乘积项 $Z_{X_1}Z_{X_2}$ 。
- (3)用 <Analyze> 菜单 <Regression> 下的 <Linear> 命令, 以 Z_Y 为因变量, 以 Z_{X_1}, Z_{X_2} 为自变量, 做回归分析, 看看是否有 (主)效应不显著的变量 (即相应的回归系数不显著)。
- (4)重复第 (3) 步, 但增加一个自变量 $Z_{X_1}Z_{X_2}$, 做回归分析。只看原始估计的结果, $Z_{X_1}Z_{X_2}$ 的系数就是交互效应的“标准化”估计, 如果显著, 则交互效应显著。

附录二 无约束方法估计潜变量交互效应模型的 LISREL 程序

```
Unconstrained matched pairs
x- indicators have been centered
Product indicators x1x4 x2x5 x3x6 were multiplied after centered
DATA= 12 NO= 500
CM
2 0934
0 7501 0 9969
0 6880 0 4751 1 0146
0 5667 0 3198 0 2939 2 1899
0 4047 0 2384 0 2277 0 6834 0 9958
0 5489 0 4646 0 3204 1 4940 0 9346 3 9396
0 5644 0 4098 0 3476 0 3538 0 2348 0 3071 2 0604
0 9725 0 8132 0 6857 0 4629 0 3904 0 3712 2 1883 9 7770
0 3580 0 3118 0 2609 0 2403 0 1744 0 1997 0 7137 1 5577 0 9886
- 0 0772 0 0099 0 0305 - 0 4072 - 0 2426 - 0 5437 0 0247 - 0 1692 - 0 1201 4 8861
0 0321 0 0327 - 0 0123 - 0 4503 - 0 0806 - 0 3062 - 0 4231 - 1 4012 - 0 3216 1 3270 8 9897
- 0 1069 0 0001 0 1625 - 0 0789 - 0 0628 0 0103 - 0 2386 - 0 9286 - 0 2217 1 2545 1 3981 4 3439
ME
0 0478 - 0 0524 0 0499 0 0000 0 0000 0 0000 0 0000 0 0000 0 0000 0 3531 0 3896 0 1993
LA
y1 y2 y3 x1 x2 x3 x4 x5 x6 x1x4 x2x5 x3x6
MONY= 3 NE= 1 NX= 9 NK= 3 LY= FU, FILX= FU, FIPS= SY, FR PH= SY, FR TE= DI FR TD= DI FR KA= FR TY= FR
! FIPH 3 1 PH 3 2 ! For known normal distribution
! SFOPH 3 1 PH 3 2 ! For known normal distribution
VA 1 LY 1 1
FR LY 2 1 LY 3 1
VA 1 LX 1 1 LX 4 2 LX 7 3
FR LX 2 1 LX 3 1 LX 5 2 LX 6 2 LX 8 3 LX 9 3
FR GA 1 1 GA 1 2 GA 1 3
FIKA( 1) KA( 2)
VA 0 KA( 1) KA( 2)
CO KA( 3) = PH( 2, 1)
! path diagram
OU SC ND= 3 AD= off EP= 0 0001 IT= 500 XM
```

Appropriate Standardized Estimates for Moderating Effects in Structural Equation Models

WEN Zhong-Lin^{1,2}, HAU Kit-Tai³, Herbert W. MARSH⁴

(¹Center for Studies of Psychological Application, South China Normal University, Guangzhou 510631, China)

(²Hong Kong Examinations and Assessment Authority, Hong Kong)

(³Faculty of Education, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong)

(⁴Department of Education, Oxford University, Oxford OX2 6PY UK)

Abstract

The analyses of interactions or moderating effects are very important in psychological, behavioral and management researches. The exogenous (predictors) and endogenous (outcomes) constructs in these studies can be simple manifest variables or latent factors (made up of several observed indicators). The present paper discusses the standardized estimates of the models with moderating effects.

Standardized estimates are routinely used to summarize the results of multiple regression models of manifest variables and structural equation models (SEM) of latent variables because they facilitate interpretation and comparison. Although the typical standardized estimates of moderating effects are not appropriate for multiple regression models with moderating terms, straightforward alternatives are well known. Whereas the analogous problem exists for the estimation of latent moderating effects in SEM, the situation is more complicated and apparently the difficulty has not been resolved. Here we propose appropriate standardized parameter estimates which can be easily formulated from the raw and completely standardized estimates routinely available from existing SEM software packages.

It can be derived that for a structural equation with an moderating term $\eta = \gamma_1 \xi + \gamma_2 \xi_2 + \gamma_3 \xi \xi_2 + \zeta$, the appropriate standardized parameters $\gamma''_1, \gamma''_2, \gamma''_3$ should be $\gamma''_1 = \gamma'_1, \gamma''_2 = \gamma'_2, \gamma''_3 = \gamma'_3 \frac{\sqrt{\phi_{11}\phi_{22}}}{\sqrt{\phi_{33}}}$, where γ'_1, γ'_2 and γ'_3 are the usual completely standardized estimates of γ_1, γ_2 and γ_3 , while ϕ_{11}, ϕ_{22} and ϕ_{33} are the raw estimates of the variances of ξ, ξ_2 and $\xi \xi_2$. Both $\gamma'_1, \gamma'_2, \gamma'_3$ and $\phi_{11}, \phi_{22}, \phi_{33}$ are available from commercial SEM softwares.

Some scale invariant properties of the appropriate standardized estimates are described without proofs, including that the main and moderating effects are scale invariant. That is, irrespective of the metric (e.g., meter, centimeter) we use for the measurement, the appropriate standardized parameter estimates are identical. These desirable properties of the appropriate standardized estimates are illustrated with a simulation data set using the unconstrained approach to estimate the latent moderating effects. The results support the use of the appropriate standardized estimates in interpreting and comparing SEM estimates in latent moderating effect models.

Although the difficult mathematical derivation is a bit beyond most applied SEM users, the ultimate procedures to obtain the appropriate standardized estimates are quite simple and straightforward, easily accomplished in a hand-held calculator or Excel spreadsheets. We demonstrate how applied users can obtain the appropriate standardized parameter estimates for models involving latent moderating terms.

Key words structural equation model, moderating effect, standardized estimation, interaction effect, scale invariant